

Analysis Of Students' Proportional Reasoning In Solving Story Problems

Asrianti Husain | Muhammad Ikram | Fahrul Bahri | Akio Tanaka

How to cite: Husain, A., Ikram, M., & Bahri, F. (2023). Analysis of students' proportional reasoning in solving story problems. *International Journal of Progressive Mathematics Education*, 3(1),16-23. <https://doi.org/10.22236/ijopme.v3i1.7619>

To link to this article : <https://doi.org/10.22236/ijopme.v3i1.7619>



©2023. The Author(s). This open access article is distributed under [a Creative Commons Attribution \(CC BY-SA\) 4.0 license](#).



Published Online on June 30, 2023



[Submit your paper to this journal](#) ↗



[View Crossmark data](#) ↗



Analysis of Students' Proportional Reasoning In Solving Story Problems

Asrianti Husain¹, Muhammad Ikram^{*1}, Fahrul Bahri¹, Akio Tanaka²

¹Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan, Universitas Cokroaminoto, Palopo, 91911, Indonesia

²Primary and Secondary Education Department, Osaka Kyoiku University, Osaka, 582-0026, Jepang

*Corresponding Author: muhammad.ikram@uncp.ac.id

Received: December 30, 2022

Accepted: June 20, 2023

Published Online: June 30, 2023

Abstract

The purpose of this qualitative research is to analyze students' proportional reasoning in solving word problems. The research instrument is a proportional reasoning task sheet for comparison material that has been validated. The subjects of this study were 20 students of grade VII junior high school. The data collection procedure begins with students working on research instruments to determine students' proportional reasoning abilities. After working on the proportional reasoning task sheet, interviews were conducted to find out the students' proportional reasoning, then 3 research subjects were selected to be interviewed with a level of proportional reasoning that fulfills the character namely: (1) building relationships between quantities, (2) writing down quantity ratios to present problems, (3) stimulate to make multiplicative relationships; and (4) looking for unknown values. Data analysis techniques in this study were carried out by transcribing the verbal data collected and reviewing all available data from various sources, namely student answers, think alouds, and interviews. The results of the study obtained 3 subjects from class VII SMP indicating that from the description and analysis of the subjects the researcher found was holistic proportional reasoning.

Keywords: Proportional Reasoning, Reasoning, Students, Story Problem.

Abstrak

Tujuan penelitian kualitatif ini adalah untuk menganalisis penalaran proporsional siswa dalam menyelesaikan soal cerita. Instrumen penelitian ini berupa lembar tugas penalaran proporsional materi perbandingan yang telah divalidasi. Subjek penelitian ini adalah siswa kelas VII SMP yang berjumlah 20 siswa. Prosedur pengumpulan data diawali dengan siswa mengerjakan instrumen penelitian untuk mengetahui kemampuan penalaran proporsional siswa. Setelah mengerjakan lembar tugas penalaran proporsional, wawancara dilakukan untuk mengetahui penalaran proporsional yang dimiliki siswa, kemudian dipilih 3 subjek penelitian untuk diwawancarai dengan tingkat penalaran proporsional yang memenuhi karakter yakni: (1) membangun hubungan antar kuantitas, (2) menuliskan kuantitas rasio untuk mempresentasikan masalah, (3) menstimulasikan untuk membuat hubungan multiplikatif; dan (4) mencari nilai yang tidak diketahui. Teknik analisis data dalam penelitian ini dilakukan dengan mentranskripsikan data verbal yang dikumpulkan dan meninjau semua data yang tersedia dari berbagai sumber yaitu jawaban siswa, *think alouds*, dan wawancara. Hasil penelitian diperoleh 3 subjek dari kelas VII SMP menunjukkan bahwa dari deskripsi dan analisis subjek yang peneliti temukan adalah penalaran proporsional tipe holistik.

Kata Kunci: Penalaran Proporsional, Penalaran, Siswa, Soal Cerita.



1. Latar Belakang

Penalaran proporsional sangat penting dimiliki oleh setiap siswa terutama pada masalah perbandingan, misalnya kesalahan dalam memahami pelajaran yang diberikan, kesalahan dalam memahami makna pertanyaan, dan kesalahan dalam menjawab pertanyaan. Jika ini terjadi, nilai siswa menjadi rendah. Penalaran proporsional digunakan untuk mengukur pemikiran siswa pada masalah perbandingan. Bagian dari penalaran proporsional adalah kemampuan untuk mengenali rasio dalam berbagai situasi (Shauqee et al., 2021).

Penalaran proporsional adalah aktivitas mental dalam mengoordinasikan dua kuantitas yang berkaitan dengan hubungan perubahan (senilai atau bernilai balik) dari satu kuantitas ke kuantitas yang lainnya (Bentley & Yates, 2017; Otten et al., 2019). Penalaran proporsional diambil dari kata penalaran atau berpikir secara logis dan proporsional atau situasi perbandingan, sehingga dapat diartikan sebagai berpikir secara logis dalam situasi perbandingan. Penalaran proporsional yaitu memahami kesamaan struktur dua relasi dalam masalah proporsional (Husain et al., 2023). Untuk menggali penalaran proporsional secara mendalam, diperlukan indikator untuk menilainya, yaitu: (1) mengidentifikasi antara satu kuantitas dengan kuantitas lainnya; (2) memahami hubungan antar kuantitas (Elvén et al., 2024; Maharani & Subanji, 2018; Tzur et al., 2021).

Penalaran proporsional merupakan kemampuan penting untuk membangun fondasi untuk matematika sekolah menengah dan penalaran aljabar (Bentley & Yates, 2017; Husain et al., 2021). Penalaran proporsional adalah hal yang kompleks termasuk memahami arti rasio sebagai perbandingan perkalian dan sebagai unit terstruktur, membuat hubungan antara rasio, pecahan dan memahami ide-ide yang terlibat dalam situasi yang kompleks (Anderson, 2014; Danişman & Erginer, 2017; Wellmanns & Schmiemann, 2022). Oleh karena itu, dapat dikatakan bahwa penalaran proporsional adalah proses mental individu untuk mengkonseptualisasikan atau memahami arti rasio dan hubungan multiplikatif antara kuantitas rasional $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Jenis penalaran yang digunakan untuk memahami konsep dan menyelesaikan masalah perbandingan adalah penalaran proporsional. Penalaran proporsional melibatkan hubungan multiplikatif antara kuantitas rasional $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, dan merupakan bentuk penalaran yang mencirikan hubungan struktural yang penting dalam matematika, sains, dan dalam kehidupan sehari-hari. Penalaran proporsional melibatkan pemahaman tentang hubungan perkalian antara dua atau lebih kuantitas (Bråting, 2023; Hemmi et al., 2021). Selanjutnya penalaran proporsional memerlukan beberapa pemahaman tentang hubungan skala dan muncul di masalah sehari-hari. Penalaran proporsional meliputi kesetaraan pecahan, pembagian, nilai tempat, perhitungan persentase, dan konversi pengukuran (Danişman & Erginer, 2017; Nhiry et al., 2023). Sedangkan penalaran proporsional sebagai istilah yang menandakan penalaran dalam sistem dua variabel yang diantaranya terdapat hubungan fungsional linier (Wellmanns & Schmiemann, 2022; Zahner & Wynn, 2023).

Berdasarkan uraian di atas, penulis ingin mengkaji tentang penalaran proporsional siswa berdasarkan karakteristik siswa dalam menyelesaikan masalah matematika, maka dari latar belakang tersebut penulis mengambil judul tentang analisis Penalaran Proporsional Siswa dalam Menyelesaikan Soal Cerita." Melalui penelitian ini, diharapkan mampu mendeskripsikan dan mempresentasikan tingkat kemampuan penalaran proporsional siswa sekolah menengah pertama.

3. Metode Penelitian

3.1 Konteks

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif. Dalam hal ini, sebagai instrument kunci (*researcher as key instrument*), peneliti secara langsung mengamati, mengumpulkan data dari berbagai sumber termasuk transkrip wawancara, catatan lapangan, kemudian mengkaji data tersebut, dan memberi makna. Selanjutnya, peneliti melakukan analisis data induktif (*inductive data analysis*) dengan membangun pola, kategori atau tema secara induktif ke dalam unit informasi yang lebih abstrak, dan peneliti mencoba mengungkapkan gambaran yang menyeluruh (*holistic account*) terhadap masalah yang diteliti.

3.2 Partisipan

Pada bab ini akan dibahas hasil penelitian tentang penalaran proporsional dalam menyelesaikan soal cerita siswa kelas VII SMP. Dalam hal ini ada 2 indikator penalaran proporsional yang digunakan dalam penelitian ini, yaitu (1) Mengidentifikasi antara satu kuantitas dengan kuantitas lainnya; dan (2) Memahami hubungan antar kuantitas. Pemilihan subjek dalam penelitian ini didasarkan pada hasil tugas perbandingan penalaran proporsional yang disertai dengan think alouds dan dilanjutkan dengan melakukan wawancara dengan 4 subjek yang ikut dalam penelitian ini. 3 diantaranya melanjutkan ke tahap analisis karena memenuhi karakteristik penalaran proporsional yakni siswa membangun hubungan antar kuantitas, menuliskan kuantitas rasio untuk mempresentasikan masalah, menstimulasikan untuk membuat hubungan multiplikatif dan mencari nilai yang tidak diketahui. Untuk itu dilakukan data valid tentang pencapaian indikator dalam tes penalaran proporsional pada materi perbandingan.

Tabel 1. Participants Information

No	Indikator	Subjek 1	Subjek 2	Subjek 3
1	Mengidentifikasi antara satu kuantitas dengan kuantitas lainnya.	Pada tahap pemecahan masalah, subjek telah memenuhi indikator pertama dengan menuliskan informasi apa yang diketahui dan informasi apa yang ditanyakan dari soal dengan benar dan lengkap.	Pada tahap pemecahan masalah, subjek telah memenuhi indikator pertama dengan menuliskan informasi apa yang diketahui dan informasi apa yang ditanyakan dari soal dengan benar dan lengkap.	Pada tahap pemecahan masalah, subjek telah memenuhi indikator pertama dengan menuliskan informasi apa yang diketahui dan informasi apa yang ditanyakan dari soal dengan benar dan lengkap.
2	Memahami hubungan antar kuantitas.	Pada tahap pemecahan masalah, subjek telah memenuhi indikator kedua. Subjek menuliskan masalah yang diberikan dalam bentuk matematika dengan rumus yang digunakan untuk menyelesaikan masalah secara akurat dan lengkap. Selanjutnya subjek menuliskan secara lengkap langkah-langkah untuk menemukan solusi	Pada tahap pemecahan masalah, subjek telah memenuhi indikator kedua. Subjek menuliskan masalah yang diberikan dalam bentuk matematika dengan rumus yang digunakan untuk menyelesaikan masalah secara akurat dan lengkap. Selanjutnya subjek menuliskan secara	Pada tahap pemecahan masalah, subjek telah memenuhi indikator kedua. Subjek menuliskan masalah yang diberikan dalam bentuk matematika dengan rumus yang digunakan untuk menyelesaikan masalah secara akurat dan lengkap. Selanjutnya subjek menuliskan secara lengkap langkah-langkah untuk menemukan solusi

dari masalah yang diberikan untuk menghasilkan nilai yang tidak diketahui.	yang untuk	langkah langkah yang menemukan solusi dari masalah yang diberikan untuk menghasilkan nilai yang tidak diketahui.	langkah- untuk	dari masalah yang diberikan untuk menghasilkan nilai yang tidak diketahui.
--	------------	--	----------------	--

3.3 Instrumen

Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini berupa lembar tugas dan lembar pedoman wawancara dalam menyelesaikan masalah dengan melakukan *think alouds* dan apabila terdapat ketidaksesuaian antara apa yang diungkapkan dengan apa yang dituliskannya. Oleh karena itu, penelitian membutuhkan instrumen pendukung, yakni lembar tugas dan lembar pedoman wawancara.

3.4 Teknik Pengumpulan Data

Lembar tugas bertujuan untuk memperoleh data penalaran proporsional siswa dalam menyelesaikan masalah perbandingan. Lembar tugas merupakan alat untuk mengungkapkan karakteristik penalaran proporsional. Berdasarkan hasil studi pendahuluan, masalah yang berkaitan dengan soal perbandingan merupakan salah satu soal yang dapat mengungkap proses penalaran proporsional siswa. Instrumen pertanyaan yang digunakan adalah :

Yoga berkendara dengan mobil dari kota A ke kota B dengan kecepatan 45 km/jam dan menentukan waktu 8 jam. Mobil tersebut memerlukan 2 liter pertalite untuk menempuh jarak sejauh 48 km. yang menambah kecepatan menjadi 72 km/jam. Berapa lama waktu yang diperlukan Yoga dan berapa banyak pertalite yang dibutuhkan Yoga ?

Wawancara yang dilakukan untuk memperjelas hal-hal yang tidak tampak pada saat subjek menyelesaikan masalah dengan melakukan *think alouds*, dan memperjelas hal-hal unik (ekspresi) yang dilakukan subjek saat menyelesaikan masalah. Misalkan, mengklarifikasi apa yang dipikirkan subjek ketika mengidentifikasi masalah meskipun tidak tertulis pada dalam lembar jawaban. Oleh Karen itu, peneliti akan melakukan wawancara yang tidak terstruktur dan menekankan ekspresi yang digunakan subjek dalam memecahkan masalah (jika ada perbedaan antara apa yang diungkapkan dan apa yang tertulis), dan mengakses ide-ide yang digunakan subjek dalam memecahkan masalah. Validasi lembar pedoman wawancara diarahkan pada kriteria penilaian butir-butur wawancara memungkinkan untuk mengungkapkan proses penalaran proporsional subjek dalam memecahkan masalah, pertanyaan dapat mengungkapkan aktivitas pada saat subjek melakukan *aktivitas*, *antisipasi*, *konstruksi*, dan *verifikasi*, butir-butir wawancara bersifat terbuka, dan butir wawancara tidak menimbulkan penafsiran ganda. Berdasarkan hasil uji validasi, pedoman wawancara dikembangkan peneliti sudah dinyatakan baik.

3.5 Data Analisis

Teknik analisis data dalam penelitian ini dilakukan dengan mentranskrip data verbal yang dikumpulkan dan memeriksa seluruh data yang tersedia dari berbagai sumber yaitu jawaban siswa, *think alouds*, wawancara dan observasi selama penelitian. Secara umum langka-langkah analisis data kualitatif diantaranya: mengumpulkan data untuk analisis, membaca data untuk memperoleh makna umum dari data, mengkode, mengumpulkan kode-kode atau tema, dan menafsirkan makna data.

Tabel 2. Result of data analysis

Temuan	Indikator	Keterangan Penalaran Proporsional
Penalaran Proporsional Tipe Holistik	<ol style="list-style-type: none"> 1. Mengidentifikasi antara satu kuantitas dengan lainnya: 2. Memahami hubungan antar kuantitas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Siswa membangun hubungan antar kuantitas. • Siswa menuliskan kuantitas rasio untuk mempresentasikan masalah. • Siswa menstimulasikan untuk membuat hubungan multiplikatif • Siswa mencari nilai yang tidak diketahui.

4. Hasil dan Pembahasan

Berdasarkan data yang diperoleh pada think aloud, wawancara dan hasil kerja, terlihat bahwa S1 menuliskan informasi yang diketahui dan informasi yang ditanyakan pada soal. Kemudian ketika merencanakan penyelesaian S1 dia sudah mengerti bahwa dia membutuhkan operasi perkalian untuk menyelesaikan masalah dimana jika Pak Jaya ingin menempuh jarak 192 km , berapa liter premium yang dibutuhkan. Konsep perkalian untuk menyelesaikan soal ia mengalikan antara $80x$ sama dengan 192×7 hasilnya adalah 1.344, kemudian dicari nilai x yaitu dengan x sama dengan pembagian $\frac{1.344}{80}$, sehingga S1 mendapatkan hasil 16.8 liter.

Berdasarkan data yang diperoleh pada think aloud, wawancara dan hasil kerja, terlihat bahwa S2 menuliskan informasi yang diketahui dan informasi yang ditanyakan pada soal. Kemudian ketika merencanakan penyelesaian S2 dia sudah mengerti bahwa dia membutuhkan operasi perkalian untuk menyelesaikan masalah dimana jika Pak Jaya ingin menempuh jarak 192 km , berapa liter premium yang dibutuhkan. Konsep perkalian untuk menyelesaikan soal ia mengalikan antara $80x$ sama dengan 192×7 hasilnya adalah 1.344, kemudian dicari nilai x yaitu dengan x sama dengan pembagian $\frac{1.344}{80}$, sehingga S2 mendapatkan hasil 16,8 liter.

Berdasarkan data yang diperoleh pada *think aloud*, wawancara dan hasil kerja, terlihat bahwa S3 menuliskan informasi yang diketahui dan informasi yang ditanyakan pada soal. Kemudian ketika merencanakan penyelesaian S3 dia sudah mengerti bahwa dia membutuhkan operasi perkalian untuk menyelesaikan masalah dimana jika Pak Jaya ingin menempuh jarak 192 km , berapa liter premium yang dibutuhkan. Konsep perkalian untuk menyelesaikan soal ia mengalikan antara $80x$ sama dengan 192×7 hasilnya adalah 1.344, kemudian dicari nilai x yaitu dengan x sama dengan pembagian $\frac{1.344}{80}$, sehingga S3 mendapatkan hasil 16,8 liter.

Berdasarkan hasil penelitian dapat diketahui bahwa setiap siswa memiliki tingkat penalaran proporsional yang berbeda-beda. Dimana subjek memecahkan masalah dengan melakukan proses penyelesaian secara prosedural, yaitu (1) hubungan antar kuantitas; (2) kuantitas rasio; (3) hubungan multiplikatif; dan (4) mencari nilai yang tidak diketahui.

Dari hasil penelitian ini dapat disimpulkan bahwa dalam mengenal keadaan proporsional subjek menggunakan hubungan multiplikatif dalam menentukan nilai kuantitas yang tidak diketahui. Dalam menggunakan penalaran multiplikatif, siswa menggunakan strategi perkalian silang untuk menemukan nilai yang tidak diketahui dalam masalah yang diberikan. Hal ini sesuai dengan pendapat bahwa siswa yang bernalar secara proporsional menggunakan strategi multiplikatif dengan benar dalam situasi proporsional (Nhiry et al., 2023; Radford, 2008; Roy et al., 2017).

Dengan demikian, penalaran proporsional perlu untuk dilatih dan dikembangkan, agar penalaran proporsional siswa dapat meningkat. Berdasarkan temuan dalam penelitian ini ialah penalaran proporsional tipe holistik. Untuk itu agar penalaran proporsional siswa mengalami transisi ke level yang lebih tinggi maka guru harus memilih strategi dan kegiatan pembelajaran yang tepat (Conway et al., 2019; Modroño et al., 2019; Nielsen, 2018). Strategi dan kegiatan pembelajaran yang tepat dapat dilakukan dengan cara mengetahui proses penalaran proporsional siswa dalam memecahkan masalah (Austin, 2018; Scusa, 2008; Vamvakoussi, 2017). Penalaran proporsional melibatkan hubungan multiplikatif antara kuantitas rasional $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, dan merupakan bentuk penalaran yang mencirikan hubungan struktural yang penting dalam matematika, sains, dan dalam kehidupan sehari-hari (Conway et al., 2019; Danişman & Erginer, 2017).

Oleh karena itu peneliti menemukan karakteristik penalaran proporsional, yakni siswa dikategorikan sebagai penalaran proporsional tipe holistik ketika melakukan proses penyelesaian secara prosedur dengan siswa membangun hubungan antar kuantitas, menuliskan kuantitas rasio untuk mempresentasikan masalah, menstimulasikan untuk membuat hubungan multiplikatif dan mencari nilai yang tidak diketahui

5. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis data dan pembahasan, ditemukan 3 subjek dari kelas VII SMP menunjukkan peneliti menemukan penalaran proporsional tipe holistik. Siswa yang melakukan penalaran proporsional tipe holistik memiliki karakter yaitu, membangun hubungan antar kuantitas, menuliskan kuantitas rasio untuk mempresentasikan masalah, menstimulasikan untuk membuat hubungan multiplikatif, dan mencari nilai yang tidak diketahui. Salah satu kekurangan dalam penelitian ini adalah tidak semua siswa bisa memecahkan masalah dengan *think alouds* sehingga menjadi keterbatasan peneliti dalam memperoleh data. Berdasarkan hasil penelitian ini, Siswa kurang familiar terhadap masalah proporsional sehingga disarankan untuk penelitian selanjutnya mengkaji pemahaman siswa pada masalah proporsional. Ada siswa tidak melibatkan penalaran proporsional secara holistik dalam menyelesaikan masalah proporsional sehingga untuk penelitian selanjutnya disarankan untuk mengkaji alur berpikir siswa dengan karakter tersebut.

Identitas Penulis

Asrianti Husain

Email: asriantihusain10@gmail.com

Muhammad Ikram

Email: muhammad.ikram@uncp.ac.id

Fahrul Bahri

Email: fahrulb@uncp.ac.id

Akio Tanaka

Email: akio@bur.osaka-kyoiku.ac.jp

Konflik Kepentingan

Penulis menyatakan tidak ada konflik kepentingan

7. Referensi

- Anderson, J. (2014). *Mathematics Curriculum Development and the Role of Problem Solving*. May.
- Austin, P. C. (2018). Statistical power to detect violation of the proportional hazards assumption when using the Cox regression model. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 88(3), 533-552. <https://doi.org/10.1080/00949655.2017.1397151>
- Bentley, B., & Yates, G. C. R. (2017). Facilitating proportional reasoning through worked examples: Two classroom-based experiments. *Cogent Education*, 4(1). <https://doi.org/10.1080/2331186X.2017.1297213>
- Bråting, K. (2023). From Symbolic Manipulations to Stepwise Instructions: A Curricular Comparison of Swedish School Algebra Content over the Past 40 Years. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 67(2), 225-239. <https://doi.org/10.1080/00313831.2021.2006301>
- Conway, B., Gary Martin, W., Strutchens, M., Kraska, M., & Huang, H. (2019). The Statistical Reasoning Learning Environment: A Comparison of Students' Statistical Reasoning Ability. *Journal of Statistics Education*, 27(3), 171-187. <https://doi.org/10.1080/10691898.2019.1647008>
- Danişman, Ş., & Erginer, E. (2017). The predictive power of fifth graders' learning styles on their mathematical reasoning and spatial ability. *Cogent Education*, 4(1). <https://doi.org/10.1080/2331186X.2016.1266830>
- Elvén, M., Prenkert, M., Holmström, I. K., Edelbring, S., Elvén, M., Prenkert, M., Holmström, I. K., & Edelbring, S. (2024). Reasoning about reasoning - using recall to unveil clinical reasoning in stroke rehabilitation teams. *Disability and Rehabilitation*, 21(1), 1-10. <https://doi.org/10.1080/09638288.2024.2320263>
- Hemmi, K., Bråting, K., & Lepik, M. (2021). Curricular approaches to algebra in Estonia, Finland and Sweden-a comparative study. *Mathematical Thinking and Learning*, 23(1), 49-71. <https://doi.org/10.1080/10986065.2020.1740857>
- Maharani, I. P., & Subanji, S. (2018). Scaffolding Based on Cognitive Conflict in Correcting the Students' Algebra Errors. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 13(2), 67-74. <https://doi.org/10.12973/iejme/2697>
- Modroño, C., Navarrete, G., Nicolle, A., González-Mora, J. L., Smith, K. W., Marling, M., & Goel, V. (2019). Developmental grey matter changes in superior parietal cortex accompany improved transitive reasoning. *Thinking and Reasoning*, 25(2), 151-170. <https://doi.org/10.1080/13546783.2018.1481144>
- Nhiry, M., Abouhanifa, S., & El Khouzai, E. M. (2023). The characterization of mathematical reasoning through an analysis of high school curricula and textbooks in Morocco. In *Cogent Education* (Vol. 10, Issue 1). Cogent. <https://doi.org/10.1080/2331186X.2023.2188797>
- Nielsen, T. (2018). The intrinsic and extrinsic motivation subscales of the motivated strategies for

learning questionnaire: A Rasch-based construct validity study. *Cogent Education*, 5(1), 1-19. <https://doi.org/10.1080/2331186X.2018.1504485>

Otten, M., van den Heuvel-Panhuizen, M., Veldhuis, M., & Heinze, A. (2019). Developing algebraic reasoning in primary school using a hanging mobile as a learning supportive tool / El desarrollo del razonamiento algebraico en educación primaria utilizando una balanza como herramienta de apoyo. *Infancia y Aprendizaje*, 42(3), 615-663. <https://doi.org/10.1080/02103702.2019.1612137>

Radford, L. (2008). Connecting theories in mathematics education: challenges and possibilities. *ZDM - Mathematics Education*, 40(2), 317-327. <https://doi.org/10.1007/s11858-008-0090-3>

Roy, G. J., Fueyo, V., & Vahey, P. (2017). Supporting Middle Grades Mathematics Teachers and Students: A Curricular Activity System Used in an Urban School District. *RMLE Online*, 40(2), 1-15. <https://doi.org/10.1080/19404476.2016.1263379>

Scusa, T. (2008). Five Processes of Mathematical Thinking. Summative Projects for MA Degree, 1-92. <http://digitalcommons.unl.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1030&context=mathmidsummative>

Shauqee, M. N., Rajendran, P., & Suhadis, N. M. (2021). An effective proportional-double derivative-linear quadratic regulator controller for quadcopter attitude and altitude control. *Automatika*, 62(3-4), 415-433. <https://doi.org/10.1080/00051144.2021.1981527>

Tzur, R., Johnson, H. L., Norton, A., Davis, A., Wang, X., Ferrara, M., Harrington, C., & Hodkowski, N. M. (2021). Children's Spontaneous Additive Strategy Relates to Multiplicative Reasoning. *Cognition and Instruction*, 39(4), 451-476. <https://doi.org/10.1080/07370008.2021.1896521>

Vamvakoussi, X. (2017). Using analogies to facilitate conceptual change in mathematics learning. *ZDM - Mathematics Education*, 49(4), 497-507. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0857-5>

Wellmanns, A., & Schmiemann, P. (2022). Feedback loop reasoning in physiological contexts. *Journal of Biological Education*, 56(4), 465-485. <https://doi.org/10.1080/00219266.2020.1858929>

Zahner, W., & Wynn, L. (2023). Rethinking Learning Trajectories in Light of Student Linguistic Diversity. *Mathematical Thinking and Learning*, 25(1), 100-114. <https://doi.org/10.1080/10986065.2021.1931650>